

# Mejorando $A^*$

Stalin Muñoz Gutiérrez

Centro de Ciencias de la Complejidad  
Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM)

Hoy hablaremos como modificar  $A^*$  para tener un mejor desempeño o tener un mejor control de los recursos computacionales que consume.

## Mejoras al algoritmo $A^*$

### Limitaciones

Mejorando  $A^*$ 

2018-10-05

└─ Mejoras al algoritmo  $A^*$ Mejoras al algoritmo  $A^*$ 

Limitaciones

Señalemos cuales son los puntos débiles del algoritmo.

# Mejoras al algoritmo $A^*$

## Limitaciones

- Hemos visto que el desempeño de  $A^*$  depende fuertemente de la calidad de la estimación lograda con la función heurística.

## Mejoras al algoritmo $A^*$

### Limitaciones

- Hemos visto que el desempeño de  $A^*$  depende fuertemente de la calidad de la estimación lograda con la función heurística.

Ya se señaló que el desempeño del algoritmo depende fuertemente de la selección de la heurística.

En cierto tipo de problemas, el diseño de una heurística admisible que provea con una buena estimación es difícil.

Si además el factor de ramificación es grande. El algoritmo agotará rápidamente los recursos computacionales disponibles.

# Mejoras al algoritmo $A^*$

## Limitaciones

- Hemos visto que el desempeño de  $A^*$  depende fuertemente de la calidad de la estimación lograda con la función heurística.
- El crecimiento exponencial de memoria y tiempo de  $A^*$  con la profundidad de la solución.

## Mejoras al algoritmo $A^*$

### Limitaciones

- Hemos visto que el desempeño de  $A^*$  depende fuertemente de la calidad de la estimación lograda con la función heurística.
- El crecimiento exponencial de memoria y tiempo de  $A^*$  con la profundidad de la solución.

El punto más crítico respecto de la complejidad de  $A^*$  es su crecimiento exponencial en consumo de recursos de memoria y tiempo, especialmente con funciones heurísticas débiles.

$A^*$  acotado por costo

La primera modificación que podemos hacer al algoritmo es limitar los recursos computacionales.

- En algoritmos de búsqueda ciega tipo DLS, utilizamos una cota de profundidad para limitar que tan lejos un algoritmo puede llegar en la exploración.

 $A^*$  acotado por costo

- En algoritmos de búsqueda ciega tipo DLS, utilizamos una cota de profundidad para limitar que tan lejos un algoritmo puede llegar en la exploración.

El primer punto de mejora es aplicar un control a  $A^*$  para que no consuma todos los recursos de cómputo de que dispone.

Recordemos que para los algoritmos de búsqueda ciega, utilizamos un parámetro adicional  $c$ , el cual representaba una cota de profundidad.

Los algoritmos de la familia DLS ignoraban estados más allá de la cota establecida.

$A^*$  acotado por costo

La primera modificación que podemos hacer al algoritmo es limitar los recursos computacionales.

- En algoritmos de búsqueda ciega tipo DLS, utilizamos una cota de profundidad para limitar que tan lejos un algoritmo puede llegar en la exploración.
- Podemos modificar  $A^*$  para que limite la expansión de nodos. Vamos a limitar el costo de los estados con una cota  $c$ .  
[no agregar a la agenda el estado  $n$  si su función  $f(n) > c$ ]

 $A^*$  acotado por costo

La primera modificación que podemos hacer al algoritmo es limitar los recursos computacionales.

- En algoritmos de búsqueda ciega tipo DLS, utilizamos una cota de profundidad para limitar que tan lejos un algoritmo puede llegar en la exploración.
- Podemos modificar  $A^*$  para que limite la expansión de nodos. Vamos a limitar el costo de los estados con una cota  $c$ .  
[no agregar a la agenda el estado  $n$  si su función  $f(n) > c$ ]

Una primera modificación consiste en poner un límite respecto de la profundidad de la búsqueda.

Típicamente se establece una cota de costo y no de profundidad.

Esta cota la denotamos con la letra  $c$ .

Utilizaremos la función de costo  $f$ , la modificación al algoritmo quedaría como una regla adicional en la cual no agregamos un estado  $n$  a la agenda si  $f(n)$  es mayor que  $c$ .

Ejemplo de  $A^*$  acotado

Expandidos

 $[A \ B \ E \ F]$ 

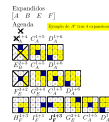
Agenda

Ejemplo de  $A^*$  tras 4 expansiones ~~$A$~~  ~~$B_A^{1+4}$~~   $C_A^{1+5}$   $D_A^{1+6}$  $E_B^{2+3}$   $C_A^{1+5}$   $D_A^{1+6}$  $F_E^{3+2}$   $G_E^{3+4}$   $C_A^{1+5}$   $D_A^{1+6}$  $H_F^{4+3}$   $I_F^{4+1}$   $J_F^{4+3}$   $G_E^{3+4}$   $C_A^{1+5}$   $D_A^{1+6}$ Mejorando  $A^*$ 

2018-10-05

Ejemplo de  $A^*$  acotado

Vamos a ver que sucede si agregamos la cota al algoritmo  $A^*$ .  
 Este es parte del ejemplo que hicimos para ilustrar el algoritmo  $A^*$ .  
 Se muestra la evolución del estado de la agenda y el conjunto de expandidos tras cuatro expansiones.

Ejemplo de  $A^*$  acotado

Ejemplo de  $A^*$  acotado

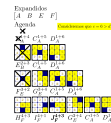
Expandidos

 $[A \ B \ E \ F]$ 

Agenda

Consideremos que  $c = 6 > d$  ~~$A$~~  $B_A^{1+4} \ C_A^{1+5} \ D_A^{1+6}$  $E_B^{2+3} \ C_A^{1+5} \ D_A^{1+6}$  $F_E^{3+2} \ G_E^{3+4} \ C_A^{1+5} \ D_A^{1+6}$  $H_F^{4+3} \ I_F^{4+1} \ J_F^{4+3} \ G_E^{3+4} \ C_A^{1+5} \ D_A^{1+6}$ Mejorando  $A^*$ 

2018-10-05

Ejemplo de  $A^*$  acotadoEjemplo de  $A^*$  acotado

Consideremos qué habría sucedido en la versión acotada de  $A^*$  si ponemos la cota  $c$  igual a 6. Esto es una unidad mayor que la profundidad de la solución  $d$ , que en este caso es de 5.





Ejemplo de  $A^*$  acotado

Expandidos

 $[A \ B \ E \ F]$ 

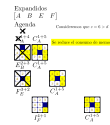
Agenda

Consideremos que  $c = 6 > d$  ~~$A$~~  ~~$B_A^{1+4}$~~   $C_A^{1+5}$ 

Se reduce el consumo de memoria.

 $E_B^{2+3}$   $C_A^{1+5}$  $F_E^{3+2}$  $C_A^{1+5}$  $I_F^{4+1}$  $C_A^{1+5}$ Mejorando  $A^*$ 

2018-10-05

Ejemplo de  $A^*$  acotadoEjemplo de  $A^*$  acotado

Al acotar el costo de los estados a considerar, observamos que la agenda crece muy poco.

Ejemplo de  $A^*$  acotado

Expandidos

 $[A \ B \ E \ F]$ 

Agenda

 ~~$A$~~ Consideremos que  $c = 6 > d$  ~~$B_A^{1+4}$~~   $C_A^{1+5}$ 

Se reduce el consumo de memoria.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

 $E_B^{2+3}$   $C_A^{1+5}$ 

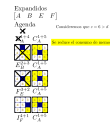
1	2	3
4	5	6
7	8	9

 $F_E^{3+2}$   $C_A^{1+5}$ 

1	2	3
4	5	6
7	8	9

 $I_F^{4+1}$   $C_A^{1+5}$ Mejorando  $A^*$ 

2018-10-05

└ Ejemplo de  $A^*$  acotadoEjemplo de  $A^*$  acotado

De hecho el algoritmo mantiene desde la primera expansión hasta la cuarta, únicamente dos estados en la agenda.

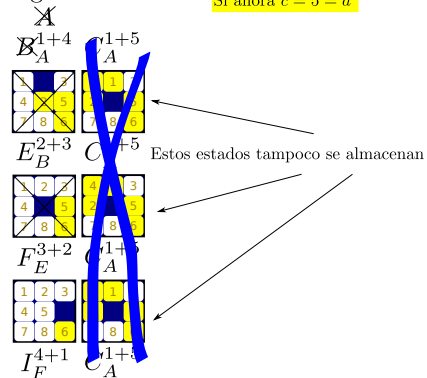
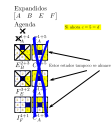
Este ahorro de memoria pudo haber sido mayor con una cota más justa.

Ejemplo de  $A^*$  acotado

Expandidos  
 $[A \ B \ E \ F]$

Agenda

Si ahora  $c = 5 = d$

Ejemplo de  $A^*$  acotado

Considerando ahora una cota de 5, que es igual a la profundidad de la meta,

puede apreciarse que el algoritmo utiliza el mínimo de memoria para la agenda.

Los estados tachados no se habrían agregado en primer lugar.

Ejemplo de  $A^*$  acotado

Expandidos

 $[A \ B \ E \ F]$ 

Agenda

Si ahora  $c = 5 = d$  ~~$A$~~  $B_A^{1+4}$  $E_B^{2+3}$  $F_E^{3+2}$  $I_F^{4+1}$ El uso de memoria es mínimo cuando  $c = d$ Mejorando  $A^*$ 

2018-10-05

└ Ejemplo de  $A^*$  acotadoEjemplo de  $A^*$  acotado

En este ejemplo la agenda no crece de tamaño.

Concluimos que el máximo ahorro de memoria, que garantiza encontrar la solución, se da cuando la cota corresponde con la profundidad de la meta.

$A^*$  acotado por costo

- La complejidad en memoria es  $O(b^{\min(c,d)})$ .  
Hay tres posibilidades:

 $\sqsubset A^*$  acotado por costo

La cota nos da control sobre que tan lejos el algoritmo puede llegar en la exploración. En ese sentido es efectiva.

Sin embargo, no representa un ahorro de memoria sustancial. Aún tenemos crecimiento exponencial con el mínimo de la profundidad de la solución y la cota.

Como no sabemos la profundidad de la solución tres cosas pueden pasar.

$A^*$  acotado por costo

- La complejidad en memoria es  $O(b^{\min(c,d)})$ .

Hay tres posibilidades:

- $c < d$  : El algoritmo no encontrará la solución. Es decir, la cota lo torna en un algoritmo incompleto.

 $A^*$  acotado por costo

Si  $c$  es menor que  $d$  entonces el algoritmo no encontrará la solución. Esto es, el algoritmo es incompleto.

- La complejidad en memoria es  $O(b^{\min(c,d)})$ .

Hay tres posibilidades:

- $c < d$  : El algoritmo no encontrará la solución. Es decir, la cota lo torna en un algoritmo incompleto.

$A^*$  acotado por costo

- La complejidad en memoria es  $O(b^{\min(c,d)})$ .

Hay tres posibilidades:

- $c < d$  : El algoritmo no encontrará la solución. Es decir, la cota lo torna en un algoritmo incompleto.
- $c = d$  : El algoritmo encontrará la solución óptima, máximo ahorro de memoria, aunque no necesariamente sustancial.

 $A^*$  acotado por costo

- La complejidad en memoria es  $O(b^{\min(c,d)})$ .

Hay tres posibilidades:

- $c < d$  : El algoritmo no encontrará la solución. Es decir, la cota lo torna en un algoritmo incompleto.
- $c = d$  : El algoritmo encontrará la solución óptima, máximo ahorro de memoria, aunque no necesariamente sustancial.

El mejor escenario es que la cota sea igual a la profundidad de la solución. En este caso encontraremos la solución óptima y tendremos el máximo ahorro de memoria.



$A^*$  acotado por costo

- La complejidad en memoria es  $O(b^{\min(c,d)})$ .

Hay tres posibilidades:

- $c < d$  : El algoritmo no encontrará la solución. Es decir, la cota lo torna en un algoritmo incompleto.
- $c = d$  : El algoritmo encontrará la solución óptima, máximo ahorro de memoria, aunque no necesariamente sustancial.
- $c > d$  : La cota permitirá un ahorro de memoria marginal o nulo entre más grande sea la distancia entre  $c$  y  $d$ .

 $A^*$  acotado por costo

- La complejidad en memoria es  $O(b^{\min(c,d)})$ .

Hay tres posibilidades:

- $c < d$  : El algoritmo no encontrará la solución. Es decir, la cota lo torna en un algoritmo incompleto.
- $c = d$  : El algoritmo encontrará la solución óptima, máximo ahorro de memoria, aunque no necesariamente sustancial.
- $c > d$  : La cota permitirá un ahorro de memoria marginal o nulo entre más grande sea la distancia entre  $c$  y  $d$ .

El tercer caso es si la cota supera la profundidad de la solución. También encontraremos la solución óptima, sin embargo el ahorro de memoria logrado con la cota será marginal o nulo con la diferencia de valores entre estos dos parámetros.

## BBA\* para heurísticas no monotónicas

¿Podemos modificar  $A^*$  para trabajar con heurísticas no monotónicas?

- Si la heurística es no monotónica, lo peor que puede suceder es que encontremos una **solución subóptima**.

## └ BBA\* para heurísticas no monotónicas

Hasta el momento hemos asumido que la heurística es consistente.  
¿Pero si no es así? ¿o no sabemos si lo es?

Lo primero que hay que notar es que el efecto de una heurística no monotónica es que descubriremos una solución subóptima. Esto no es tan grave.

## BBA\* para heurísticas no monotónicas

¿Podemos modificar  $A^*$  para trabajar con heurísticas no monotónicas?

- Si la heurística es no monotónica, lo peor que puede suceder es que encontremos una **solución subóptima**.
- Propondremos modificar dos cosas para tratar estos casos:

## └ BBA\* para heurísticas no monotónicas

Sin embargo, si necesitamos garantizar la optimalidad de la solución. Necesitamos hacer algunos cambios al algoritmo para lograr esto.

- Si la heurística es no monotónica, lo peor que puede suceder es que encontremos una **solución subóptima**.
- Propondremos modificar dos cosas para tratar estos casos:

## BBA\* para heurísticas no monotónicas

¿Podemos modificar  $A^*$  para trabajar con heurísticas no monotónicas?

- Si la heurística es no monotónica, lo peor que puede suceder es que encontremos una **solución subóptima**.
- Propondremos modificar dos cosas para tratar estos casos:
  - 1 Se pueden expandir nuevamente estados previamente expandidos si el costo acumulado  $g(n)$  del estado  $n$  en la nueva ruta es menor que el que tenía en la ruta previa.

## └ BBA\* para heurísticas no monotónicas

El primer cambio consiste en tratar a los nodos expandidos de manera distinta.

La primera vez que descubrimos un estado lo agregamos al conjunto de expandidos junto con su costo  $g(n)$ .

Si nos encontramos un estado por segunda vez, significa que ya existe en el conjunto de expandidos. Vamos a impedir que se agregue a la agenda si y solo si el estado almacenado tiene una  $g(n)$  que es menor o igual a la  $g(n)$  del estado nuevamente descubierto,

de otra manera vamos a actualizar el estado en el conjunto de expandidos con el estado más reciente y su costo acumulado  $g(n)$ .

- Si la heurística es no monotónica, lo peor que puede suceder es que encontremos una **solución subóptima**.
- Propondremos modificar dos cosas para tratar estos casos:
  - Se pueden expandir nuevamente estados previamente expandidos si el costo acumulado  $g(n)$  del estado  $n$  en la nueva ruta es menor que el que tenía en la ruta previa.

## BBA\* para heurísticas no monotónicas

¿Podemos modificar  $A^*$  para trabajar con heurísticas no monotónicas?

- Si la heurística es no monotónica, lo peor que puede suceder es que encontremos una **solución subóptima**.
- Propondremos modificar dos cosas para tratar estos casos:
  - 1 Se pueden expandir nuevamente estados previamente expandidos si el costo acumulado  $g(n)$  del estado  $n$  en la nueva ruta es menor que el que tenía en la ruta previa.
  - 2 Para encontrar la solución óptima el algoritmo no termina al encontrar la primera solución, sino que continua buscando usando la estrategia del algoritmo DFBB. Al algoritmo lo denominaremos  $A^*$  con ramificación y poda, abreviado BBA\* (*Branch and bound  $A^*$* ).

## └ BBA\* para heurísticas no monotónicas

La estrategia a aplicar es la misma del algoritmo DFBB. Al encontrar la solución, el algoritmo no se detiene. Sino que guarda la solución actual y su costo. Para lograr la poda, actualiza su cota de costo  $c$  igual al costo  $g(n)$  de la solución.

¿Podemos modificar  $A^*$  para trabajar con heurísticas no monotónicas?

■ Si la heurística es no monotónica, lo peor que puede suceder es que encontremos una **solución subóptima**.

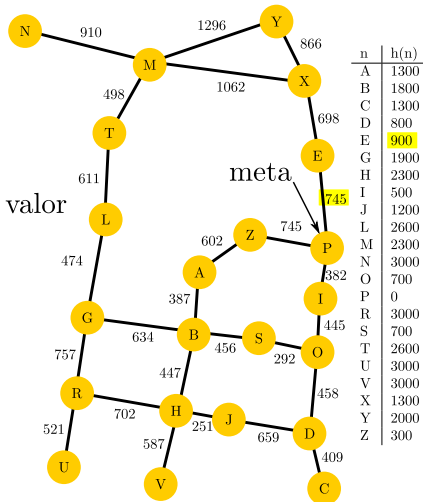
■ Propondremos modificar dos cosas para tratar estos casos:

- Se pueden expandir nuevamente estados previamente expandidos si el costo acumulado  $g(n)$  del estado  $n$  en la nueva ruta es menor que el que tenía en la ruta previa.
- Para encontrar la solución óptima el algoritmo no termina al encontrar la primera solución, sino que continua buscando usando la estrategia del algoritmo DFBB. Al algoritmo lo denominaremos  $A^*$  con ramificación y poda, abreviado BBA\* (*Branch and bound  $A^*$* ).

## Ejemplo BBA\*

La heurística no es admisible

Por ejemplo  $h(E)$  sobreestima el valor real del costo a la meta.



## Ejemplo BBA\*



Vamos a presentar un ejemplo del algoritmo BBA\*.

Es el ejemplo del metro de la Ciudad de México.

Del lado derecho tenemos una tabla con una función heurística.

La heurística es una estimación de la distancia al estado objetivo, en este caso el estado  $P$ .

La heurística es una aproximación muy ruidosa de la distancia real.

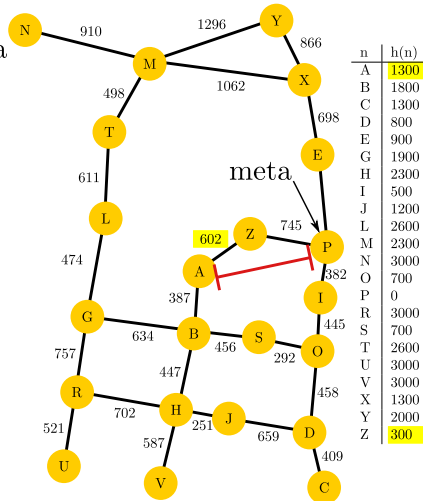
A veces se queda debajo del valor real, a veces sobreestima.

Por ejemplo, la heurística estima un costo de 900 para la estación  $E$ , sin embargo el costo real es de 745.

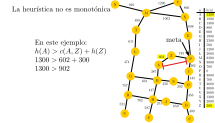
## Ejemplo BBA\*

La heurística no es monotónica

En este ejemplo:  
 $h(A) > c(A, Z) + h(Z)$   
 $1300 > 602 + 300$   
 $1300 > 902$



## Ejemplo BBA\*



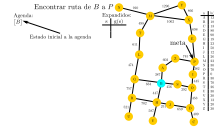
Además, el ruido en la heurística la hace no monotónica.

Veamos por ejemplo como la estimación del costo a la meta para el estado  $A$  no es menor que la estimación para  $Z$  sumado con el costo de la transición.

No se cumple la desigualdad del triángulo.

A BBA\* no le importa esto, puede explotar la heurística ruidosa.

### Ejemplo BBA\*


$$[B]$$

Estado inicial a la agenda

Expandidos:

s	g(s)
---	------

meta

n	h(n)
A	1300
B	1800
C	1300
D	800
E	900
G	1900
H	2300
I	500
J	1200
L	2600
M	2300
N	3000
O	700
P	0
R	3000
S	700
T	2600
U	3000
V	3000
X	1300
Y	2000
Z	300

Comenzamos como en un algoritmo  $A^*$  convencional, agregando la meta a la agenda.

La agenda es una cola de prioridad con el costo  $f$  como criterio de ordenamiento.

La lista de expandidos ahora es una tabla de dispersión o diccionario, donde en las parejas (llave, valor) a almacenar, la llave es el estado expandido y el valor el costo real acumulado  $g$  del estado llave.

Para determinar si debemos agregar o expandir nodos a la agenda pedimos que bien el nodo no se encuentre en la tabla de expandidos o bien que el costo  $g(n)$  de la ruta al estado  $n$  actual, sea menor o igual que el almacenado como valor en la tabla.



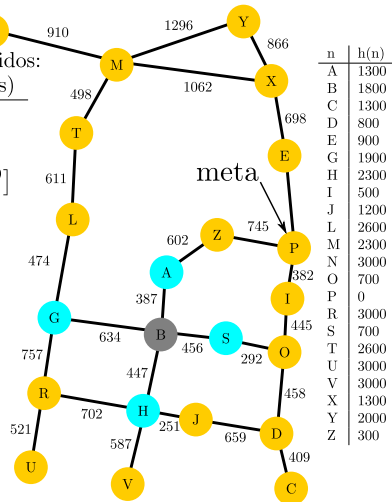
## Ejemplo BBA\*

Encontrar ruta de  $B$  a  $P$ 

Expandidos:

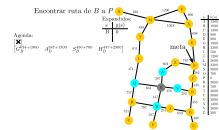
s	g(s)
B	0

Agenda:

$$\left[ \begin{array}{c} \cancel{B} \\ G_B^{634+1900} \quad A_B^{387+1300} \quad S_B^{456+700} \quad H_B^{447+2300} \end{array} \right]$$


n	h(n)
A	1300
B	1800
C	1300
D	800
E	900
G	1900
H	2300
I	500
J	1200
L	2600
M	2300
N	3000
O	700
P	0
R	3000
S	700
T	2600
U	3000
V	3000
X	1300
Y	2000
Z	300

## Ejemplo BBA\*



Continuamos...

Expandimos  $B$ .Agregamos los estados  $G$ ,  $A$ ,  $S$ , y  $H$  a la agenda.En la tabla de expandidos agregamos a  $B$ , con costo 0.

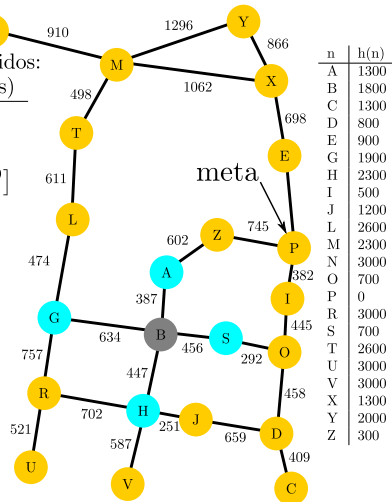
Encontrar ruta de  $B$  a  $P$

Agenda:

$$\begin{bmatrix} \mathbb{R} \\ G_B^{634+1900} & A_B^{387+1300} & S_B^{456+700} & H_B^{447+2300} \end{bmatrix}$$

Expandidos:

s	g(s)
B	0

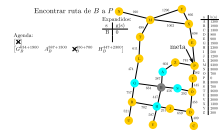


n	h(n)
A	1300
B	1800
C	1300
D	800
E	900
G	1900
H	2300
I	500
J	1200
L	2600
M	2300
N	3000
O	700
P	0
R	3000
S	700
T	2600
U	3000
V	3000
X	1300
Y	2000
Z	300

2018-10-05

└ Ejemplo BBA\*

### Ejemplo BBA\*



El estado de menor costo  $f$  es  $S$ . Es el estado al frente de la cola de prioridad.

## Ejemplo BBA\*

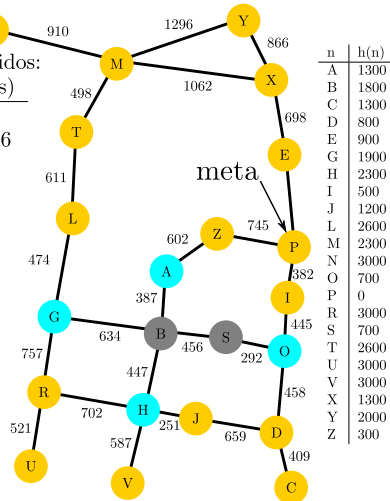
Encontrar ruta de  $B$  a  $P$

Agenda:

$$\begin{bmatrix} \emptyset \\ G_B^{2534} & A_B^{1687} & \cancel{S}_B^{156} & H_B^{2747} \\ G_B^{2534} & A_B^{1687} & \emptyset_S^{748+700} & H_B^{2747} \end{bmatrix}$$

Expandidos:

s	g(s)
B	0
S	456



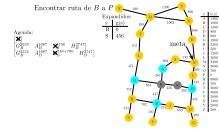
n	h(n)
A	1300
B	1800
C	1300
D	800
E	900
G	1900
H	2300
I	500
J	1200
L	2600
M	2300
N	3000
O	700
P	0
R	3000
S	700
T	2600
U	3000
V	3000
X	1300
Y	2000
Z	300

2018-10-05

— Ejemplo BBA\*

$S$  genera a  $O$ .  $S$  se registra en la tabla de expandidos con un costo 56.

### Ejemplo BBA\*



## Ejemplo BBA\*

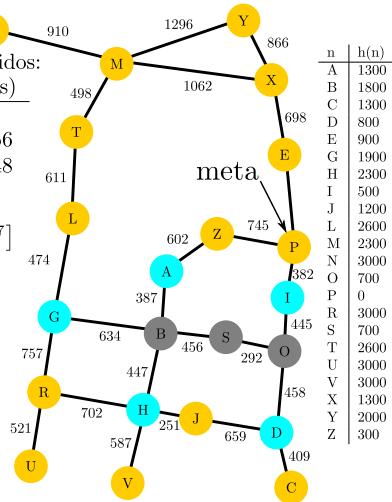
Encontrar ruta de  $B$  a  $P$ 

Expandidos:

s	g(s)
B	0
S	456
O	748

Agenda:

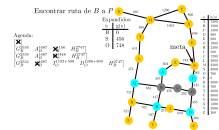
$$\begin{aligned}
 & \left[ \cancel{B} \right] \\
 & \left[ G_B^{2534} \quad A_B^{1687} \quad \cancel{S_B^{1156}} \quad H_B^{2747} \right] \\
 & \left[ G_B^{2534} \quad A_B^{1687} \quad \cancel{O_S^{1448}} \quad H_B^{2747} \right] \\
 & \left[ G_B^{2534} \quad \cancel{A_B^{1687}} \quad I_O^{1193+500} \quad D_O^{1206+800} \quad H_B^{2747} \right]
 \end{aligned}$$



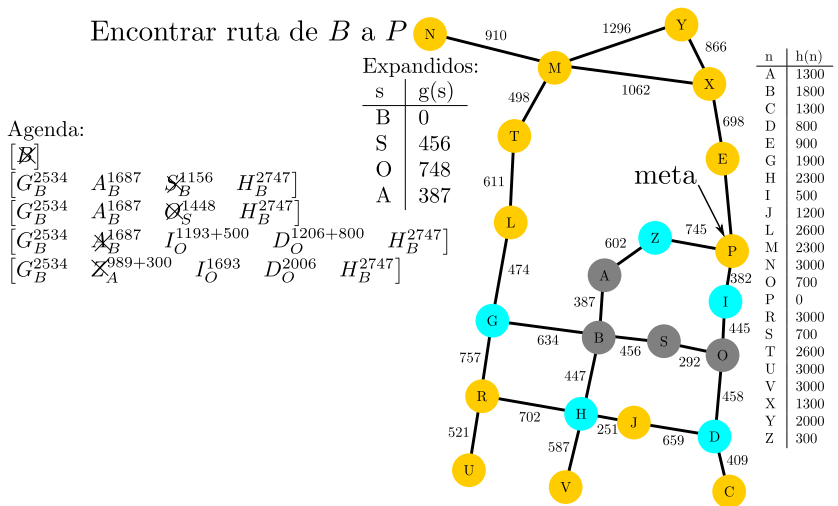
n	h(n)
A	1300
B	1800
C	1300
D	800
E	900
G	1900
H	2300
I	500
J	1200
L	2600
M	2300
N	3000
O	700
P	0
R	3000
S	700
T	2600
U	3000
V	3000
X	1300
Y	2000
Z	300

2018-10-05

## Ejemplo BBA\*

El estado de menor costo  $f$  ahora es  $O$ .Al expandir al estado  $O$ , agregamos a los estados  $D$  e  $I$ .Registramos a  $O$  en expandidos con costo 748.El siguiente en salir será  $A$

# Ejemplo BBA\*

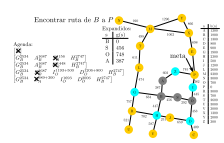


2018-10-05

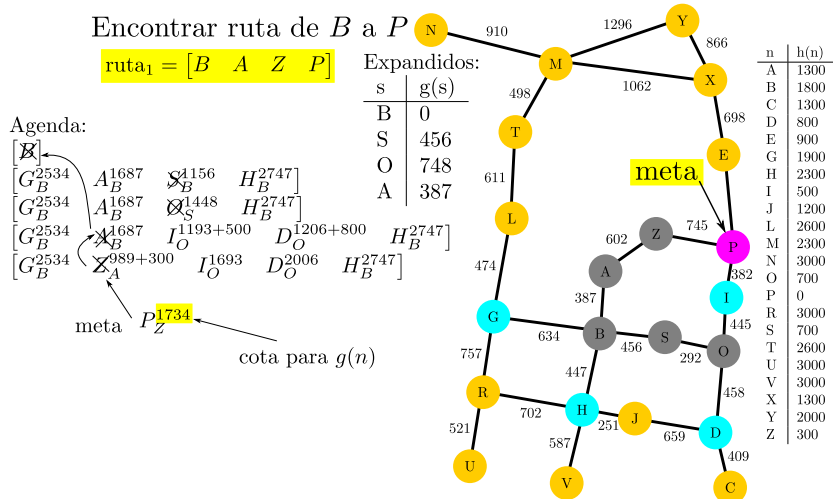
# Ejemplo BBA\*

$A$  genera a  $Z$ .  
 $Z$  queda al frente de la cola de prioridad.

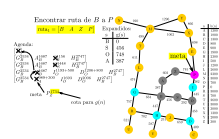
Ejemplo BBA\*



## Ejemplo BBA\*



## Ejemplo BBA\*



Al sacar a  $Z$  descubrimos la meta.

Recuperamos la ruta.

Esta ruta podría ser subóptima porque la heurística no es admisible.

Vamos a guardar la ruta como  $\text{ruta}_1$ .

El costo de esta solución es de 1734.

En lugar de terminar y regresar la ruta vamos a continuar la búsqueda pero pondremos una cota para las funciones  $g(n)$ .

Para decidir si un estado entra a la agenda o si un estado de la agenda que se saca se expande, pediremos que el costo acumulado  $g$  del estado sea menor o igual al costo de la cota.

Si el costo  $g$  del estado es mayor, no vamos a permitir el ingreso del estado a la agenda, ni tampoco su expansión.

## Ejemplo BBA\*

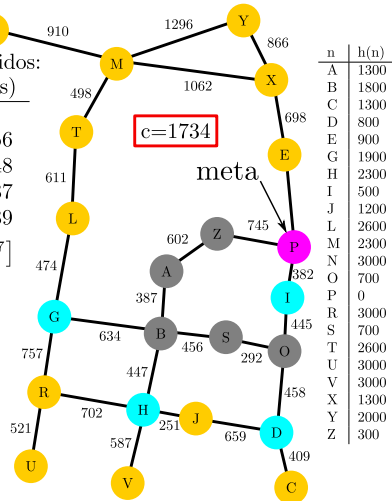
Encontrar ruta de  $B$  a  $P$ ruta<sub>1</sub> = [ $B$   $A$   $Z$   $P$ ]

Expandidos:

s	g(s)
B	0
S	456
O	748
A	387
Z	989

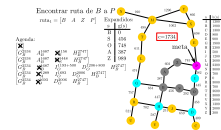
Agenda:

$[X]$			
$[G_B^{2534} \quad A_B^{1687} \quad S_B^{1156} \quad H_B^{2747}]$			
$[G_B^{2534} \quad A_B^{1687} \quad S_B^{1448} \quad H_B^{2747}]$			
$[G_B^{2534} \quad A_B^{1687} \quad I_O^{1193+500} \quad D_O^{1206+800} \quad H_B^{2747}]$			
$[G_B^{2534} \quad X_A^{1289} \quad I_O^{1693} \quad D_O^{2006} \quad H_B^{2747}]$			
$[G_B^{2534} \quad X_O^{1693} \quad D_O^{2006} \quad H_B^{2747}]$			



n	h(n)
A	1300
B	1800
C	1300
D	800
E	900
G	1900
H	2300
I	500
J	1200
L	2600
M	2300
N	3000
O	700
P	0
R	3000
S	700
T	2600
U	3000
V	3000
X	1300
Y	2000
Z	300

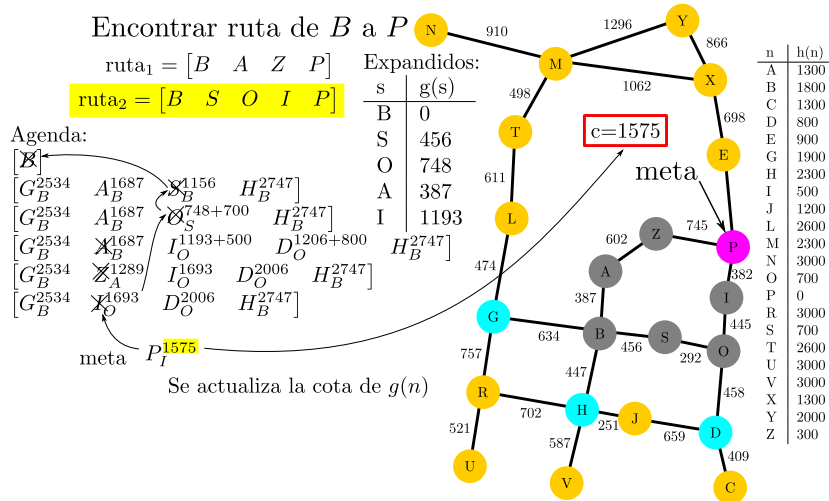
## Ejemplo BBA\*



Continuamos...

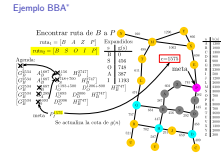
Estamos pendientes de la cota  $c$ .El estado al frente de la cola de prioridad es  $I$ .

## Ejemplo BBA\*



2018-10-05

└ Ejemplo BBA\*



Al expandirlo encontramos otra ruta a  $P$ .

El costo de la nueva ruta es de 1575.

Es una mejor ruta.

Valió la pena el continuar buscando.

A la ruta la denotamos como  $\text{ruta}_2$ .

Es una ruta más larga en pasos, pero más corta en costo.

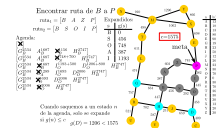
Nuevamente actualizamos la cota de 1734 a 1575.



└ Ejemplo BBA\*

La condición que estamos verificando para agregar o expandir nodos es que estos tengan un costo acumulado menor o igual a la cota.

Vemos que el estado al frente de la cola es  $D$  con un costo acumulado de 1206. Como es menor a 1575 lo vamos a expandir.



a  $P$

Expandidos:

s	$g(s)$
B	0
S	456
O	748
A	387
I	1193

$H_B^{2747}$

meta

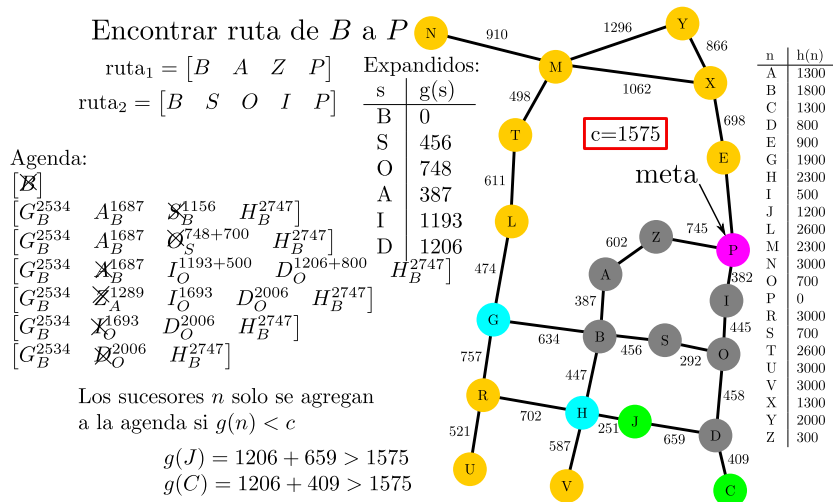
$c=1575$

estado  $n$   
nde  
 $< 1575$

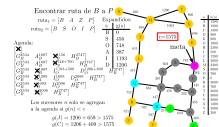
n	h(n)
A	1300
B	1800
C	1300
D	800
E	900
G	1900
H	2300
I	500
J	1200
L	2600
M	2300
N	3000
O	700
P	0
R	3000
S	700
T	2600
U	3000
V	3000
X	1300
Y	2000
Z	300

n	h(n)
A	1300
B	1800
C	1300
D	800
E	900
G	1900
H	2300
I	500
J	1200
L	2600
M	2300
N	3000
O	700
P	0
R	3000
S	700
T	2600
U	3000
V	3000
X	1300
Y	2000
Z	300

## Ejemplo BBA\*

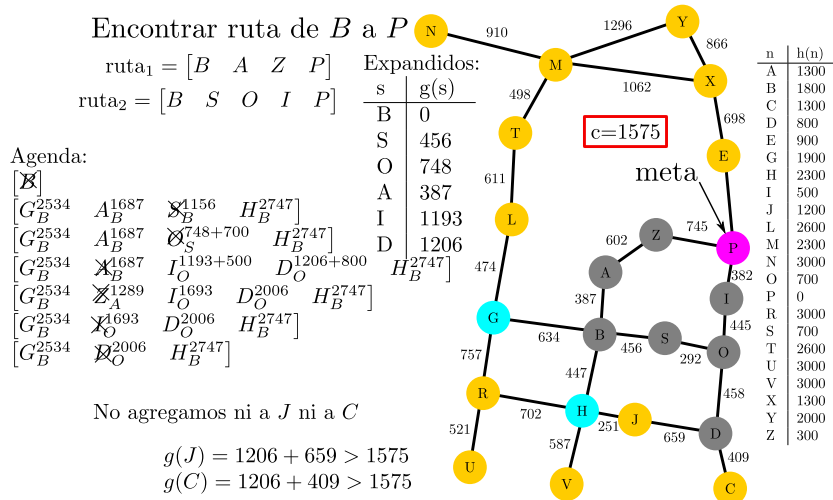


## Ejemplo BBA\*

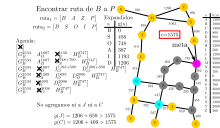


Los sucesores  $J$  y  $C$  solo se agregan a la agenda si su costo acumulado es menor a la cota.

## Ejemplo BBA\*

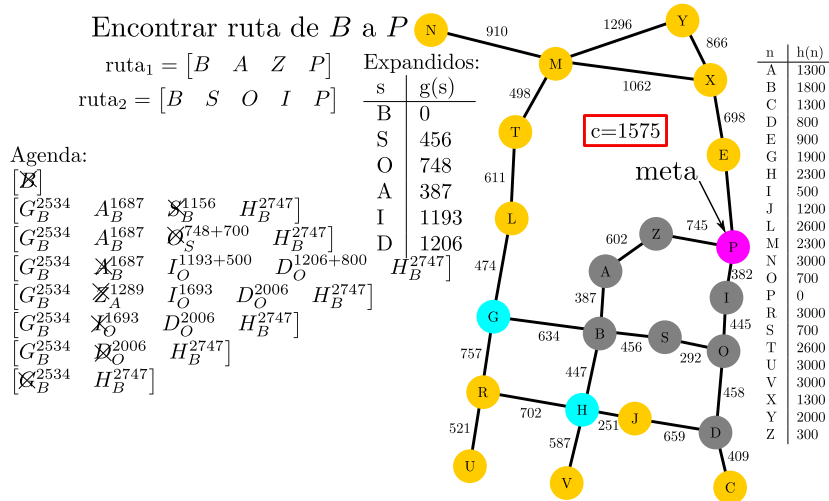


## Ejemplo BBA\*



Vemos que ambos superan la cota. Por lo tanto los ignoramos.

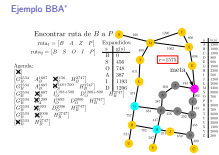
## Ejemplo BBA\*



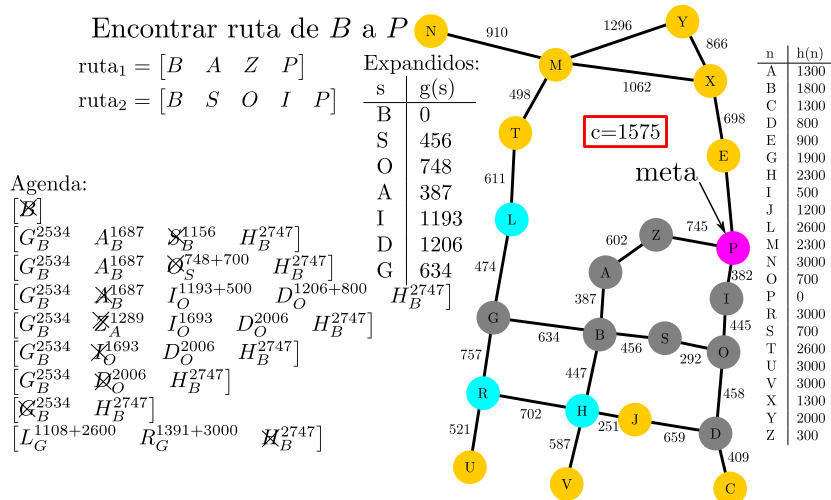
2018-10-05

— Ejemplo BBA\*

El siguiente al frente es el estado  $G$ .



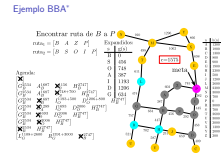
## Ejemplo BBA\*



└ Ejemplo BBA\*

Agregamos a sus sucesores  $R$  y  $L$  a la agenda, pues están dentro de la cota.

Ahora es el turno de  $H$ .

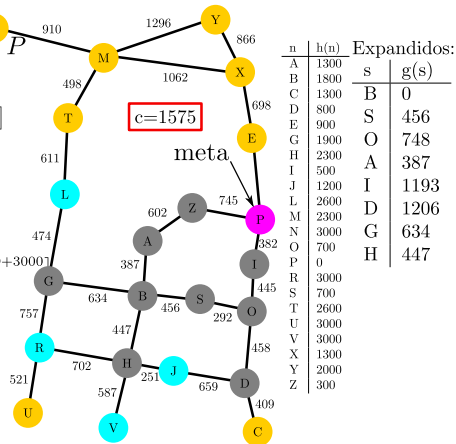


## Ejemplo BBA\*

Agenda:

Encontrar ruta de  $B$  a  $P$

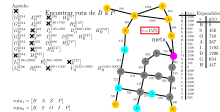
$[G_B^{2534} \ A_B^{1687} \ S_B^{1156} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_B^{1687} \ S_B^{748+700} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_B^{1687} \ I_O^{1193+500} \ D_O^{1206+800} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_B^{1289} \ I_O^{1693} \ D_O^{2006} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_O^{1693} \ D_O^{2006} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_O^{2006} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_B^{2747}]$   
 $[L_G^{1108+2600} \ R_G^{1391+3000} \ H_B^{2747}]$   
 $[L_G^{3708} \ R_G^{4391} \ H^{698+1200} \ V_H^{1034+3000} \ R_H^{1149+3000}]$

ruta<sub>1</sub> = [ $B$   $A$   $Z$   $P$ ]ruta<sub>2</sub> = [ $B$   $S$   $O$   $I$   $P$ ]

n	h(n)	Expandidos:
A	1300	s   g(s)
B	1800	B   0
C	1300	S   456
D	800	O   748
E	900	A   387
G	1900	I   1193
H	2300	D   1206
I	500	G   634
J	1200	H   447
L	2600	
M	2300	
N	3000	
O	700	
P	0	
R	3000	
S	700	
T	2600	
U	3000	
V	3000	
X	1300	
Y	2000	
Z	300	

## Ejemplo BBA\*

Agregamos a sus sucesores  $J$ ,  $V$  y  $R$ .  
 $J$  será el siguiente en salir.



## Ejemplo BBA\*

Agenda:

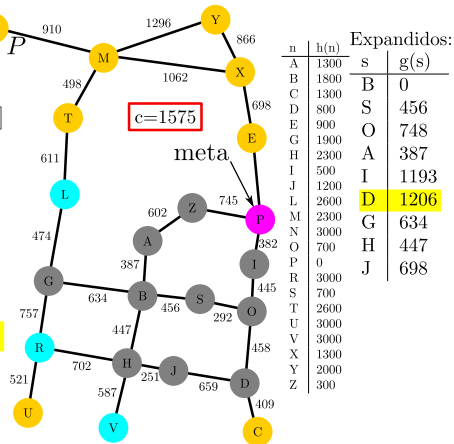
Encontrar ruta de  $B$  a  $P$

$[G_B^{2534} A_B^{1687} S_B^{1156} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_B^{1687} S_B^{748+700} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_B^{1687} I_O^{1193+500} D_O^{1206+800} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_B^{1289} I_O^{1693} D_O^{2006} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_O^{1693} D_O^{2006} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_O^{2006} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_B^{2747}]$   
 $[L_G^{1108+2600} R_G^{1391+3000} H_B^{2747}]$   
 $[L_G^{3708} R_G^{4391} H_H^{1898} V_H^{4034} R_H^{4149}]$   
 $[X_G^{3708} R_G^{4391} V_H^{4034} R_H^{4149}]$

$$g(D_J) = 698 + 659 = 1357 > g(D_O) = 1206$$

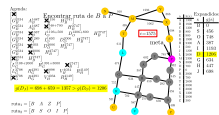
$$\text{ruta}_1 = [B \ A \ Z \ P]$$

$$\text{ruta}_2 = [B \ S \ O \ I \ P]$$



2018-10-05

## Ejemplo BBA\*



Evaluamos cuando debemos agregar a  $D$  a la agenda, pues ya se había expandido antes y esta en la tabla con un costo de 1206.

Su costo acumulado es de 1357. Significa que esta ruta es peor que la anterior y sería infructuoso expandirlo nuevamente.

El siguiente nodo a sacar es  $L$ .

## Ejemplo BBA\*

Agenda:

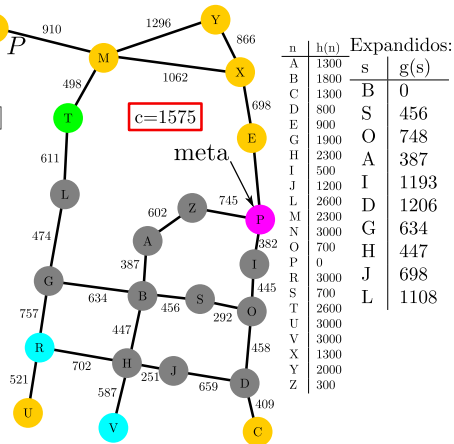
Encontrar ruta de  $B$  a  $P$

$[G_B^{2534} \ A_B^{1687} \ S_B^{1156} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_B^{1687} \ S_B^{748+700} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_B^{1687} \ I_O^{1193+500} \ D_O^{1206+800} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_B^{1289} \ I_O^{1693} \ D_O^{2006} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_O^{1693} \ D_O^{2006} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_O^{2006} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_B^{2747}]$   
 $[L_G^{1108+2600} \ R_G^{1391+3000} \ A_B^{2747}]$   
 $[L_G^{3708} \ R_G^{4391} \ A_H^{1898} \ V_H^{4034} \ R_H^{4149}]$   
 $[A_G^{3708} \ R_G^{4391} \ V_H^{4034} \ R_H^{4149}]$

$$g(T) = 1108 + 611 = 1719 > c$$

$$\text{ruta}_1 = [B \ A \ Z \ P]$$

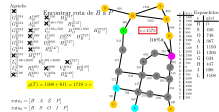
$$\text{ruta}_2 = [B \ S \ O \ I \ P]$$



2018-10-05

## Ejemplo BBA\*

$T$  su sucesor, también supera la cota de costo.  
Lo ignoramos.



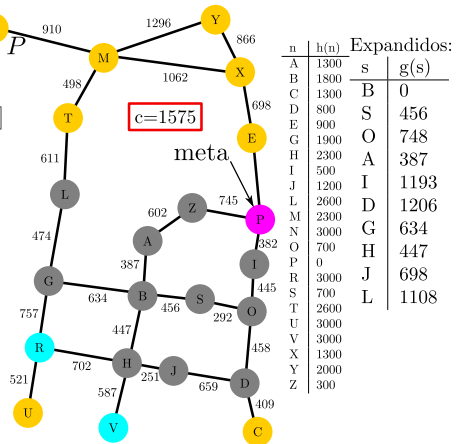


## Ejemplo BBA\*

Agenda:

Encontrar ruta de  $B$  a  $P$

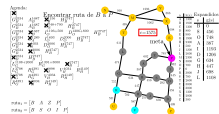
$[G_B^{2534} \quad A_B^{1687} \quad S_B^{1156} \quad H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \quad A_B^{1687} \quad S_B^{748+700} \quad H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \quad A_B^{1687} \quad I_O^{1193+500} \quad D_O^{1206+800} \quad H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \quad A_B^{1289} \quad I_O^{1693} \quad D_O^{2006} \quad H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \quad A_O^{1693} \quad D_O^{2006} \quad H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \quad A_O^{2006} \quad H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \quad A_B^{2747}]$   
 $[L_G^{1108+2600} \quad R_G^{1391+3000} \quad A_B^{2747}]$   
 $[L_G^{3708} \quad R_G^{4391} \quad A_H^{1898} \quad V_H^{4034} \quad R_H^{4149}]$   
 $[L_G^{3708} \quad R_G^{4391} \quad V_H^{4034} \quad R_H^{4149}]$   
 $[R_G^{4391} \quad V_H^{4034} \quad R_H^{4149}]$

ruta<sub>1</sub> = [B A Z P]ruta<sub>2</sub> = [B S O I P]

2018-10-05

## Ejemplo BBA\*

Es el turno de  $V$ .  
No agrega nada.

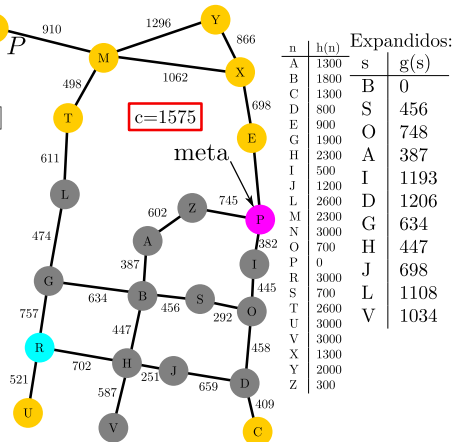


## Ejemplo BBA\*

Agenda:

Encontrar ruta de  $B$  a  $P$

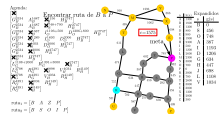
$[G_B^{2534} \quad A_B^{1687} \quad \cancel{S_B^{1156}} \quad H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \quad A_B^{1687} \quad \cancel{S_B^{748+700}} \quad H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \quad \cancel{A_B^{1687}} \quad I_O^{1193+500} \quad D_O^{1206+800} \quad H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \quad \cancel{A_B^{1289}} \quad I_O^{1693} \quad D_O^{2006} \quad H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \quad \cancel{A_O^{1693}} \quad D_O^{2006} \quad H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \quad \cancel{A_O^{2006}} \quad H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \quad \cancel{A_B^{2747}}]$   
 $[L_G^{1108+2600} \quad R_G^{1391+3000} \quad \cancel{A_B^{2747}}]$   
 $[L_G^{3708} \quad R_G^{4391} \quad \cancel{A_H^{1898}} \quad V_H^{4034} \quad R_H^{4149}]$   
 $[L_G^{3708} \quad R_G^{4391} \quad V_H^{4034} \quad R_H^{4149}]$   
 $[R_G^{4391} \quad V_H^{4034} \quad R_H^{4149}]$   
 $[R_G^{4391} \quad \cancel{A_H^{4149}}]$

ruta<sub>1</sub> = [B A Z P]ruta<sub>2</sub> = [B S O I P]

Expandidos:

s	g(s)
B	0
S	456
O	748
A	387
I	1193
D	1206
G	634
H	447
J	698
L	1108
V	1034

## Ejemplo BBA\*

El siguiente al frente es  $R$ .

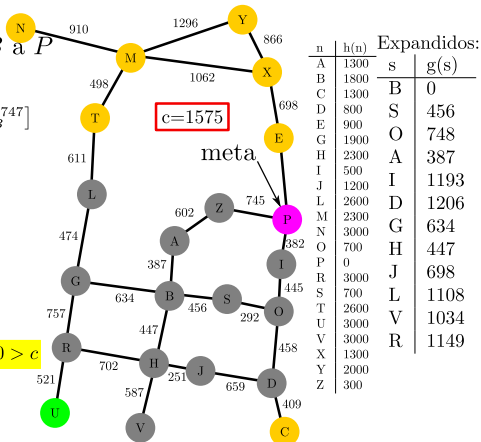
## Ejemplo BBA\*

Agenda:

Encontrar ruta de  $B$  a  $P$

$[G_B^{2534} \ A_B^{1687} \ S_B^{1156} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_B^{1687} \ S_B^{748+700} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_B^{1687} \ I_O^{1193+500} \ D_O^{1206+800} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_B^{1289} \ I_O^{1693} \ D_O^{2006} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_O^{1693} \ D_O^{2006} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_O^{2006} \ H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} \ A_B^{2747}]$   
 $[L_G^{1108+2600} \ R_G^{1391+3000} \ A_B^{2747}]$   
 $[L_G^{3708} \ R_G^{4391} \ A_H^{1898} \ V_H^{4034} \ R_H^{4149}]$   
 $[L_G^{3708} \ R_G^{4391} \ V_H^{4034} \ R_H^{4149}]$   
 $[R_G^{4391} \ V_H^{4034} \ R_H^{4149}]$   
 $[R_G^{4391} \ A_H^{4149}]$

$g(U) = 1149 + 521 = 1670 > c$

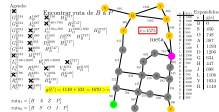
ruta<sub>1</sub> = [B A Z P]ruta<sub>2</sub> = [B S O I P]

Expandidos:

n	h(n)	s	g(s)
A	1300	B	0
B	1800	C	1300
C	1300	D	800
D	800	E	900
E	900	G	1900
G	1900	H	2300
H	2300	I	500
I	500	J	1200
J	1200	L	2600
L	2600	M	2300
M	2300	N	3000
N	3000	O	700
O	700	P	0
P	0	R	3000
R	3000	S	700
S	700	T	2600
T	2600	U	3000
U	3000	V	3000
V	3000	X	1300
X	1300	Y	2000
Y	2000	Z	300

2018-10-05

## Ejemplo BBA\*



Su sucesor, el estado  $U$ , tiene un costo acumulado que supera la cota.

Lo ignoramos también.

## Ejemplo BBA\*

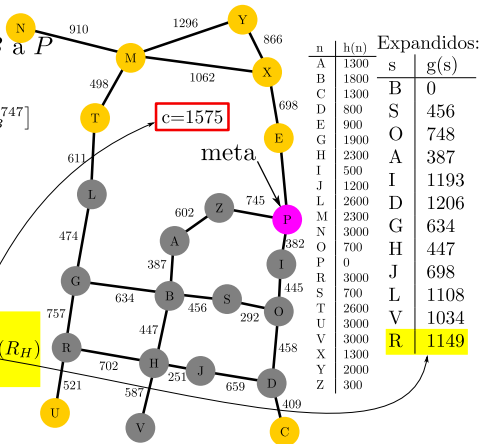
Agenda:

Encontrar ruta de  $B$  a  $P$

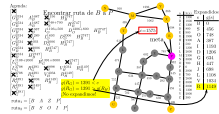
$[G_B^{2534} A_B^{1687} S_B^{1156} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_B^{1687} S_B^{748+700} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_B^{1687} I_O^{1193+500} D_O^{1206+800} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_B^{1289} I_O^{1693} D_O^{2006} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_O^{1693} D_O^{2006} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_O^{2006} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_B^{2747}]$   
 $[L_G^{1108+2600} R_G^{1391+3000} H_B^{2747}]$   
 $[L_G^{3708} R_G^{4391} H_H^{1898} V_H^{4034} R_H^{4149}]$   
 $[L_G^{3708} R_G^{4391} V_H^{4034} R_H^{4149}]$   
 $[R_G^{4391} V_H^{4034} R_H^{4149}]$   
 $[R_G^{4391} H_H^{4149}]$   
 $[R_G^{4391}]$

ruta<sub>1</sub> = [B A Z P]ruta<sub>2</sub> = [B S O I P]

$g(R_G) = 1391 < c$   
 $g(R_G) = 1391 > g(R_H)$   
 ¡No expandimos!



## Ejemplo BBA\*

Queda otra instancia del nodo  $R$  en la agenda.

La sacamos.

Su costo acumulado de 1391 esta dentro de la cota.

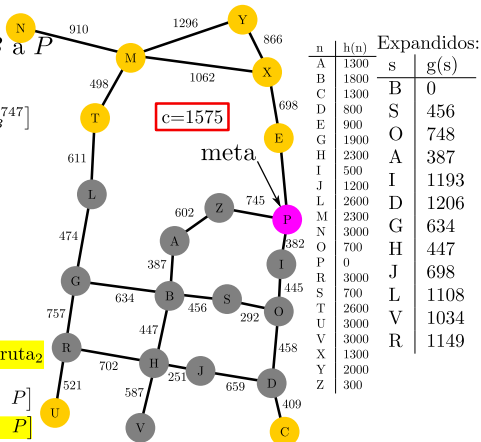
Sin embargo ya se había expandido una  $R$  a un costo de 1149.Como esta segunda ruta a  $R$ , tiene un costo superior, no vamos a expandir el nodo.

## Ejemplo BBA\*

Agenda:

Encontrar ruta de  $B$  a  $P$

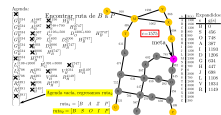
$[G_B^{2534} A_B^{1687} S_B^{1156} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_B^{1687} S_B^{748+700} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_B^{1687} I_O^{1193+500} D_O^{1206+800} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_B^{1289} I_O^{1693} D_O^{2006} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_O^{1693} D_O^{2006} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_O^{2006} H_B^{2747}]$   
 $[G_B^{2534} A_B^{2747}]$   
 $[L_G^{1108+2600} R_G^{1391+3000} A_B^{2747}]$   
 $[L_G^{3708} R_G^{4391} A_H^{1898} V_H^{4034} R_H^{4149}]$   
 $[X_G^{3708} R_G^{4391} V_H^{4034} R_H^{4149}]$   
 $[R_G^{4391} V_H^{4034} R_H^{4149}]$   
 $[R_G^{4391} A_H^{4149}]$   
 $[X_G^{4391}]$

Agenda vacía, regresamos ruta<sub>2</sub>ruta<sub>1</sub> =  $[B \ A \ Z \ P]$ ruta<sub>2</sub> =  $[B \ S \ O \ I \ P]$ 

n	h(n)	Expandidos:
A	1300	s
B	1800	g(s)
C	1300	0
D	800	S 456
E	900	O 748
G	1900	A 387
H	2300	I 1193
I	500	D 1206
J	1200	G 634
L	2600	N 3000
M	2300	O 700
N	3000	H 447
O	700	J 698
P	0	L 1108
R	3000	V 1034
S	700	R 1149
T	2600	
U	3000	
V	3000	
X	1300	
Y	2000	
Z	300	

2018-10-05

## Ejemplo BBA\*



La agenda se ha vaciado.

Regresamos la mejor ruta encontrada.

En este caso la ruta<sub>2</sub>.